

დარბოზრჩივის ბალანსის ლერონტივის მოღელი MS OFFICE Excel-ის ინსტრუმენტიარის ბამოყენებით

ბალანსური მოღეღების საფუძველს წარმოადგენს ბალანსური, ანუ არსებული მატერიული, შრომითი და ფინანსური რესურსებისა და მათზე მოთხოვნიღებების შეჯერების მეთოდი. თუ ეკონომიკურ სისტემას განვიხიღავთ მთლიანობაში, მაშინ ბალანსური მოღელი შეიღლება წარმოვიღგინოთ როგორც განტოღებათა სისტემა, რომელთაგანაც თითოეული ასახავს ბალანსს ცალკეული ეკონომიკური ობიექტის მიერ წარმოებული პროდუქციის რაოდენობასა და ამ პროდუქციაზე ერთობლივ მოთხოვნიღებას შორის. ასეთი მიღგომისას განსახიღველი სისტემა შეღდება ეკონომიკური ობიექტებისგან, რომელთაგანაც თითოეული აწარმოებს გარკვეულ პროდუქტს, რომელთა ნაწილს მოიხმარს სისტემის სხვა ობიექტები, ხოლო დანარჩენი ნაწილი გაღის სისტემიღდან მისი საბოლოო პროდუქტის სახით. თუ “პროდუქტის” ნაცვეღად გამოვიყენებთ უფრო ზოგად, “რესურსის” ცნებას, ბალანსური მოღელი შეიღლება წარმოვიღგინოთ როგორც განტოღებათა სისტემა, რომელშიც ასახულია არსებული რესურსებისა და მათზე მოთხოვნიღებების შესაბამისობის პირობები.

ბალანსური მეთოდი და მის საფუძველზე შექმნიღი ბალანსური მოღეღები ეკონომიკაში პროპორციების დაცვის მთავარი ინსტრუმენტის როლში გვეღვლინება. ბალანსური მოღეღები ასახავს არსებულ პროპორციას ანგარიშგების ბალანსების ბაზაზე; მათში რესურსული ნაწიღები ყოველთვის ხარჯვითი ნაწიღების ტოღია. დისპროპორციების გამოსავლენად გამოიყენება ბალანსური მოღეღები, რომლებშიც ფაქტიური რესურსები შეჯერებული უნდა იქნას არა ფაქტიურ მოხმარებასთან, არამედ მათზე მოთხოვნიღებებთან. ამასთან დაკავშირებით აუციღლებღად უნდა აღინიშნოს, რომ ბალანსური მოღეღები არ შეიღავს ეკონომიკურ გადაწყვეტიღებათა ცალკეული ვარიანტების შეღარების რაიმე მექანიზმს და არ ითვალისწინებს სხადასხვა რესურსის ურთიერთიანაცღვლების შესაღლებლობას. აქედან გამომღინარე, არ არის

ტარიელ კიკვაძე,
სტუ-ს პროფესორი
ღავით გეგია
სტუ-ს დოქტორანტი

ეკონომიკური სისტემის განვითარების ოპტიმალური ვარიანტის შერჩევის შესაღლებლობაც მათი გამოყენების საფუძველზე. აღნიშნული გარემოება განაპირობებს ბალანსური მოღეღებისა და მეთოდის შეზღუღუღობას მთლიანობაში.

ბალანსური მოღეღების ინფორმაციული უზრუნველყოფის საფუძველს წარმოადგენს ტექნოლოგიური მატრიცა - დარგთაშორისი ბალანსის ცხრიღი, რომელიც შეღდება პირდაპირი დანახარჯების კოეფიციენტებისაგან (ნორმატივეებისაგან) პროდუქციის ერთეუღის წარმოებაზე ნატურალურ გამოსატუღებაში. დარგთაშორისი ცხრიღები იღღება ეროვნული ეკონომიკის დინამიკის სურათს დროის გარკვეული პერიოღისათვის (როგორც წესი, ერთი წლისათვის). ამასთან, მისი ეღემენტები (რომელთაც დარგთაშორის ნაკადებსაც უწოღებენ) გარკვეულწიღად ასახავს კავშირებს დარგებს შორის. სტრიქონები გვიჩვენებს დარგის პროდუქციის გამოშეღების განაწიღებას. ყოველი სტრიქონი ხასიათღება შემღევი ბალანსით:

მთლიანი პროდუქცია = შუაღღური პროდუქცია + საბოლოო პროდუქცია

შუაღღური პროდუქცია განისაზღვრება როგორც პროდუქციის წარმოებაზე დახარჯული საკუთარი და სხვა დარგების პროდუქციათა მატერიალური დანახარჯების ჯამი, ხოლო საბოლოო პროდუქციის ქვეშ ესმით წარმოების სფეროღან საბოლოო მოხმარების სფეროში (დაგროვებასა და მოხმარებაზე) გამოსული პროდუქცია.

სეგტები გვიჩვენებს დარგის დანახარჯების სტრუქტურას. მათთვის აღღიღი აქვს შემღეგ ბალანსს:

დარგის დანახარჯები = შუალედური დანახარჯები + დამატებული ღირებულება
შუალედური დანახარჯები წარმოადგენს სხვადასხვა დარგის შუალედური პროდუქციების საერთო ჯამს, რომელიც იხარჯება მოცემული პროდუქციის წარმოებაზე. **დამატებული ღირებულების (წმინდა პროდუქციის)** მდგენელებია ხელფასები, დარგის წმინდა შემოსავალი, სამომრტიზაციო ანარიცხები, არაპირდაპირი დანახარჯები და ა. შ.

დარგთაშორისი ბალანსის ცხრილის სტრიქონებისათვის და სვეტებისათვის ადგილი აქვს შემდეგ ტოლობებს:

მთლიანი პროდუქცია = დარგის დანახარჯები

საბოლოო პროდუქციების ჯამი = დამატებული ღირებულებების ჯამი

დავუშვათ, ეკონომიკა წარმოდგენილია n დარგით. შემოვიღოთ შემდეგი აღნიშვნები:

x_{ij} - დარგთაშორისი ნაკადები (i -ური დარგის პროდუქციის რაოდენობა, რომელიც j -ური დარგის პროდუქციის საწარმოებლად გამოიყენება);

X_i - i -ური დარგის მთლიანი პროდუქცია;

Y_i - i -ური დარგის საბოლოო პროდუქცია;

Z_i - i -ური დარგის შესაბამისი დამატებული ღირებულება.

მაშინ, ბალანსები სტრიქონებისა და სვეტებისათვის მათემატიკური ფორმით შემდეგნაირად ჩაიწერება:

$$X_i = \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i; \quad i = \overline{1, n} \quad (1)$$

$$X_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} + Z_j; \quad j = \overline{1, n}$$

თუ ავიღებთ (1) განტოლებებს ყველა დარგის მიხედვით, მივიღებთ:

$$\sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} + \sum_{i=1}^n Y_i$$

$$\sum_{j=1}^n X_j = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n x_{ij} + \sum_{j=1}^n Z_j$$

უკანასკნელ ტოლობათა შედარების საფუძველზე ადვილად დავრწმუნდებით, რომ ადგილი უნდა ჰქონდეს შემდეგ თანაფარდობას:

$$\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{j=1}^n Z_j. \quad (2)$$

a_{ij} სიდიდეებს, რომლებიც გვიჩვენებენ თუ i -ური დარგის შუალედური პროდუქციის რა რაოდენობაა საჭირო j -ური დარგის პროდუქციის ერთეულის საწარმოებლად, პირდაპირი დანახარჯების კოეფიციენტები ეწოდება და ისინი შემდეგნაირად გამოითვლება:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}; \quad i, j = \overline{1, n}. \quad (3)$$

(3)-ის გათვალისწინებით ბალანსის (1)-ის პირველი განტოლება შემდეგნაირად შეიძლება ჩაეწეროს:

$$X_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j + Y_i; \quad i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

თუ შემოვიტანთ პირდაპირი დანახარჯების $A = (a_{ij})$ მატრიცის, მთლიანი და საბოლოო პროდუქციების ვექტორ-სვეტების

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_n \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

ცნებებს, მაშინ განტოლებათა (4) სისტემა შეიძლება ჩაეწეროს მატრიცული ფორმით:

$$X = AX + Y \quad (5)$$

(4) განტოლებათა სისტემას (ანუ (5) მატრიცულ განტოლებას) დარგთაშორისი ბალანსის ლეონტიევის მოდელს უწოდებენ. მისი ინფორმაციული უზრუნველყოფის საფუძველს ქმნის A მატრიცა, რადგანაც, პირდაპირი დანახარჯების კოეფიციენტები ახასიათებს წარმოების ტექნოლოგიურ პროცესებს.

ლეონტიევის მოდელის გამოყენებით შეიძლება ვაწარმოოთ გაანგარიშებათა შემდეგი საში ვარიანტი:

- განესაზღვროთ თითოეული დარგის საბოლოო პროდუქცია (Y_i , თუ მოცემულია თითოეული დარგის მთლიანი პროდუქცია (X_i))

$$Y = (E - A)X \quad (6)$$

- განესაზღვროთ თითოეული დარგის მთლიანი პროდუქცია, თუ მოცემულია თითოეული დარგის საბოლოო პროდუქცია:

$$X = (E - A)^{-1}Y \quad (7)$$

- თუ რიგი დარგებისათვის მოცემულია მთლიანი, ხოლო დანარჩენებისათვის საბოლოო პროდუქციები, განესაზღვროთ პირველების საბოლოო, ხოლო მეორეებისათვის - მთლიანი პროდუქციები. ამ ვარიანტში უფრო მოსახერხებელია ვისარგებლოთ არა მატრიცული (5) განტოლებით, არამედ. წრფივ განტოლებათა (4) სისტემით.

(6) და (5) ფორმულებში E აღნიშნავს n -ური რიგის ერთეულოვან მატრიცას, ხოლო $(E - A)^{-1}$ მატრიცა - $(E - A)$ მატრიცის შებრუნებულ მატ-

რიცხვს. თუ $(E - A)$ მატრიცის დეტერმინანტი ნულისაგან განსხვავებულია, ე.ი. **გადაგვარებული** არ არის, მაშინ მისი შებრუნებული მატრიცა არსებობს. აღნიშნოთ ეს მატრიცა B -თი. მაშინ (7) შეიძლება ჩაწეროს ფორმით:

$$X = BY \quad (8)$$

ქეისიანური მულტიპლიკატორის კონცეფციის ანალოგიით B მატრიცას მატრიცულ, ანუ **ლეონტიევის მულტიპლიკატორსაც** უწოდებენ.

თუ B მატრიცის ელემენტებს b_{ij} -თი აღვნიშნავთ, მაშინ (8) მატრიცული განტოლებიდან ვღებულობთ შემდეგ თანაფარდობებს:

$$X_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} Y_j, \quad i = \overline{1, n}. \quad (9)$$

როგორც (9)-დან ჩანს, მთლიანი პროდუქცია გამოდის b_{ij} კოეფიციენტით შეწონილი საბოლოო პროდუქციათა სიდიდეების ჯამი. b_{ij} კოეფიციენტს ეწოდება **სრული დანახარჯების კოეფიციენტი**. იგი თავის თავში მოიცავს, როგორც პირდაპირ, ისე არაპირდაპირ დანახარჯებსაც, რომლებიც წარმოების წინა სტადიებს განეკუთვნება. b_{ij} კოეფიციენტები შეიძლება გამოვიყენოთ რომელიმე დარგის მთლიანი პროდუქციის ΔX_i ცვლილების (ნაზრდის) გამოსათვლელად ყველა დარგის საბოლოო პროდუქციათა ΔY_i ცვლილებების საშუალებით:

$$\Delta X_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta Y_j \quad (10)$$

დარგთაშორისი ბალანსის განტოლებათა სისტემა რეალური ეკონომიკური პროცესების ასახვას წარმოადგენს, რომელშიაც შინაარსი მხოლოდ მთლიანი პროდუქციის ვექტორის კომპონენტების მხოლოდ არაუარყოფით მნიშვნელობებს შეიძლება ჰქონდეთ. რა პირობებში შესწევს უნარი ეკონომიკურ სისტემას უზრუნველყოს საბოლოო პროდუქციის დადებითი მნიშვნელობები ყველა დარგისათვის?

პასუხი დასმულ კითხვაზე უკავშირდება პირდაპირი დანახარჯების მატრიცის პროდუქტიულობის ცნებას.

არაუარყოფით A მატრიცას ეწოდება პროდუქტიული, თუ არსებობს ისეთი $X > 0$ ვექტორი,

რომლისთვისაც

$$X > AX \quad (11)$$

ანუ, თუ სკალარული ფორმით ჩავწერდით, უნდა არსებობდეს ისეთი $x_i > 0, i = \overline{1, n}$ რიცხვები, რომ ადგილი ჰქონდეს შემდეგ უტოლობებს:

$$x_i > a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n, \quad i = \overline{1, n}. \quad (12)$$

უკანასკნელი განმარტების ეკონომიკური შინაარსი იმაში მდგომარეობს, რომ უნდა არსებობდეს მთლიანი პროდუქციის გამოშვების ისეთი ვექტორ-სვეტი $X > 0$, რომლისთვისაც ყველა დარგს შესაძლებლობა ექნება აწარმოოს საბოლოო პროდუქციის გარკვეული რაოდენობა - $Y > 0$, ე.ი. დარგების პროდუქციათა ასეთი ნაკრებისათვის თითოეული დარგის გამოშვება უფრო მეტი იქნება, ვიდრე დანახარჯები მათ წარმოებაზე.

იმისათვის, რომ შევამოწმოთ პროდუქტიულობა თუ არა პირდაპირი დანახარჯების მატრიცა, საკმარისია დავრწმუნდეთ ერთ-ერთი შემდეგი პირობის შესრულებაში:

$$a) a_{1j} + a_{2j} + \dots + a_{nj} < 1, \quad j = \overline{1, n};$$

(A მატრიცის ყველა სვეტის ელემენტთა ჯამი ერთზე ნაკლებია).

$$b) a_{i1} + a_{i2} + \dots + a_{in} < 1, \quad i = \overline{1, n}.$$

(A მატრიცის ყველა სტრიქონის ელემენტთა ჯამი ერთზე ნაკლებია).

შევნიშნოთ, რომ მოყვანილი პირობები დაკავშირებულია წარმოების ეფექტიანობის (რენტაბელობის) ცნებასთან. მართლაც, კოეფიციენტი a_{ij} ახასიათებს i -ური სახის პროდუქციის ხვედრით წილს, რომელიც გადადის j -ური სახის მთლიანი პროდუქციის ყოველ ფულად ერთეულზე. ამიტომ უტოლობა $a_{1j} + a_{2j} + \dots + a_{nj} > 1$ ნიშნავს, რომ მატერიალური დანახარჯები j -ური სახის პროდუქციაზე დიდია და წარმოების პროცესი ეკონომიკურად არარენტაბელურია.

დადგენილია აგრეთვე აღნიშნული მატრიცის პროდუქტიულობის აუცილებელი და საკმარისი პირობებიც. ერთერთი ასეთი პირობა ცნობილია **საიმონ-ჰოუკინსის** პირობის სახელწოდებით, რომლის თანახმადაც A მატრიცის პროდუქტიულობისათვის აუცილებელი და საკმარისია, რომ $E - A$ მატრიცის მთავარი მინორები დადებითი იყოს.

დავუშვათ, მოცემულია სამდარგოვანი ეკონომიკის დარგთაშორისი ბალანსის ცხრილი:

დარგები	1	2	3	საბოლოო მოხმარება, Y	მთლიანი გამოშვება, X
1	50	16	120	60	246
2	30	10	180	100	320
3	15	14	140	80	249

ტარიელ კიკვაძე, ღვათ გეგია

	A	B	C	D	E
31		მთლიანი პროდუქციის X ვექტორის გამოთვლილი მნიშვნელობა			
32			383,180		
33		X=B · Y=	483,521		
34			375,827		
37		Y ₃ -ის ცვლილებით გამოწვეული მთლიანი პროდუქციის ვექტორის ნაზრდი (ΔX)			
38			10,905		
39		ΔX=	13,760		
40			16,601		

დავსვით შემდეგი ორი ამოცანა:

• გამოვთვალოთ თითოეული დარგის მთლიანი პროდუქცია (X_i) საბოლოო პროდუქციის ვექტორის ახალი მნიშვნელობისთვის

$$Y = \begin{bmatrix} 100 \\ 150 \\ 120 \end{bmatrix}$$

• როგორ შეიცვალა თითოეული დარგის მთლიანი პროდუქცია (X_i), როდესაც საბოლოო პროდუქციის ვექტორის მესამე კომპონენტის მნიშვნელობა 5%-ით გაიზარდა.

დასმული ამოცანები შეიძლება ამოიხსნას MS OFFICE Excel-ის ინსტრუმენტარის გამოყენებით რამდენიმე ეტაპად:

ეტაპი 1. დარგთაშორისი ბალანსის ცხრილის მონაცემების შეტანა;

ეტაპი 2. X^T ვექტორის ფორმირება;

ეტაპი 3. A მატრიცის ფორმირება;

ეტაპი 4. ერთეულოვანი E მატრიცის ფორმირება;

ეტაპი 5. E-A მატრიცის ფორმირება;

ეტაპი 6. საიმონ-ჰოუკინსის პირობების შემოწმება;

ეტაპი 7. სრული დანახარჯების $B = (E - A)^{-1}$ მატრიცის ფორმირება;

ეტაპი 8. საბოლოო მოხმარების ახალი Y ვექტორის კომპონენტების შეტანა;

ეტაპი 9. მთლიანი პროდუქციის ვექტორის ახალი X მნიშვნელობის ფორმირება;

ეტაპი 10. მთლიანი პროდუქციის X ვექტორის ცვლილების (ΔX ვექტორის) გაანგარიშება.

ქვემოთმოყვანილ Excel-ის ფურცელზე წარმოდგენილია დასმული ამოცანების ამონახსნები, რომლებიც მიღებულია ჩამოთვლილი ეტაპების განხორციელების შედეგად:

წარმოდგენილი მოდელი განხილული და მოწონებული იქნა “ეკონომიკური პროცესების მოდელირების” მუდმივმოქმედ გაფართოებულ სემინარზე, რომელშიაც მონაწილეობდნენ სტუდენტ-წამყვანი მათემატიკოსები და ეკონომისტები - დ. ნატროშვილი, ი. კაკუბავა, ა. გაბელაია, პ. ლემონჯავა, ა. სიჭინავა, დ. იაკობიძე, გ. ჯოლია, შ. ყიზილაშვილი და სხვები.

აღვნიშნოთ, რომ დამუშავებული კომპიუტერული მოდელის გამოყენებით შესაძლებელია გადავწყვიტოთ დარგთაშორისი ბალანსთან დაკავშირებული ამოცანათა სხვა ვარიანტებიც.

გამოყენებული ლიტერატურა

1. ტ. კიკვაძე. შესავალი მენეჯერულ ეკონომიკაში (ნაწილი II). “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, თბილისი, 2008.
2. დ. ნატროშვილი და სხვები. მათემატიკა ეკონომისტებისათვის. “ტექნიკური უნივერსიტეტი”, თბილისი, 2008.
3. Input-Output Analysis. Foundations and Extensions. Ronald E. Miller and Peter D. Blair. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. 2009.
4. Экономико-математические методы и прикладные модели. Под редакцией В. В. Федосеева. Москва, «ЮНИТИ», 1999.

МОДЕЛЬ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА ЛЕОНТЬЕВА ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНСТРУМЕНТАРИЯ MS OFFICE EXCEL

ТАРИЕЛ КИКВАДЗЕ - профессор ГТУ
ДАВИД ГЕГИА - докторант ГТУ

В статье представлена компьютерная модель Леонтьева «Вход-Выход» (“Input-Output”), которая с успехом может быть использована как в учебном процессе, так и в прикладных задачах.